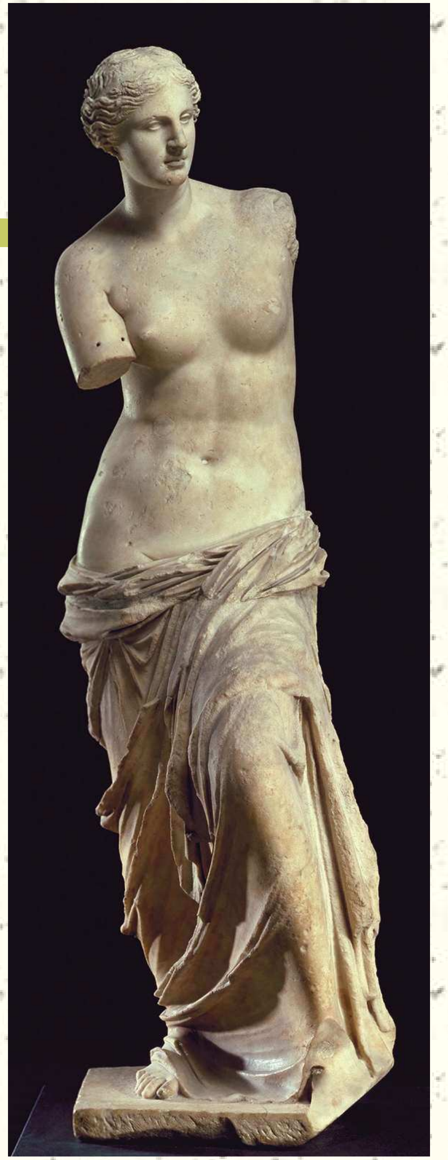
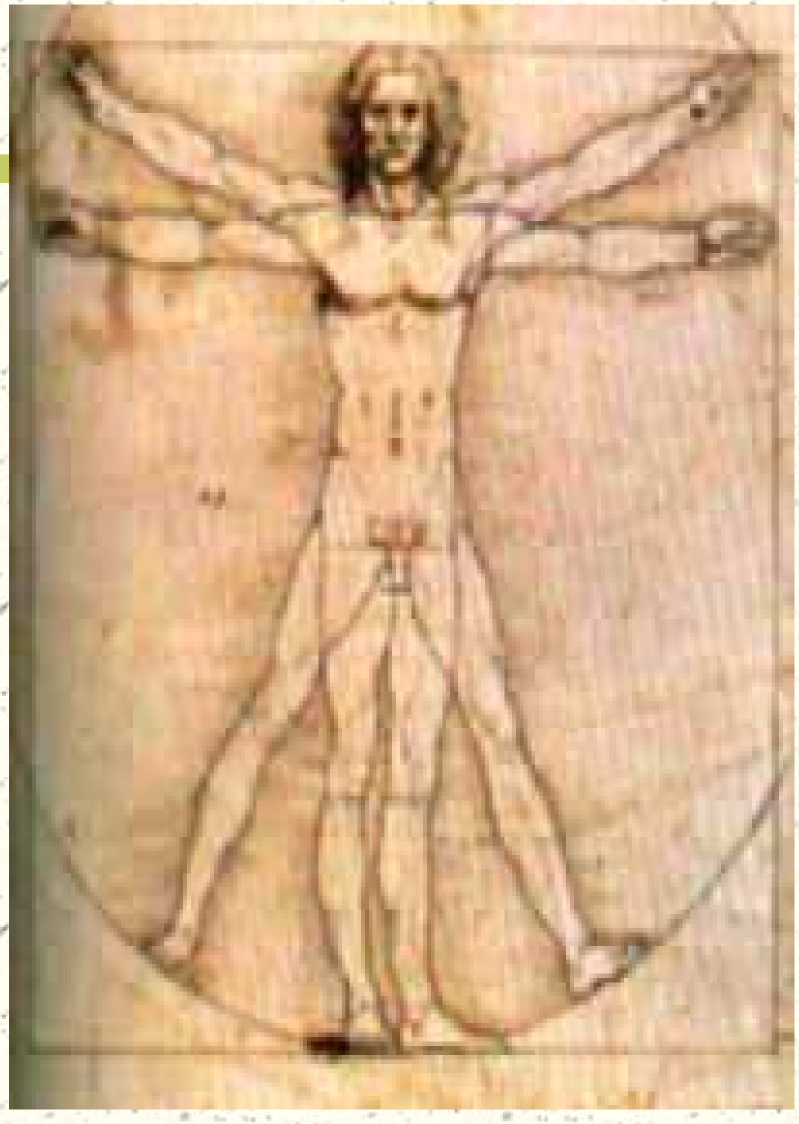
" ADVIRTO,SEJA QUEM FORES ! Ó TU, QUE DESEJAS SONDAR OS ARCANOS DA NATUREZA;SE NÃO ACHARES DENTRO DE TI AQUILO QUE PROCURAS, TAMBÉM NÃO PODERÁS ACHAR FORA. SE IGNORAS AS EXCELÊNCIAS DE TUA PRÓPRIA CASA,COMO PRETENDES ENCONTRAR OUTRAS EXCELÊNCIAS ? EM TI ESTÁ OCULTO O TESOURO DOS TESOUROS." (Sócrates)

A CONCEPÇÃO DO BELO FOI UMA PREOCUPAÇÃO DO PENSAMENTO GREGO CLÁSSICO.



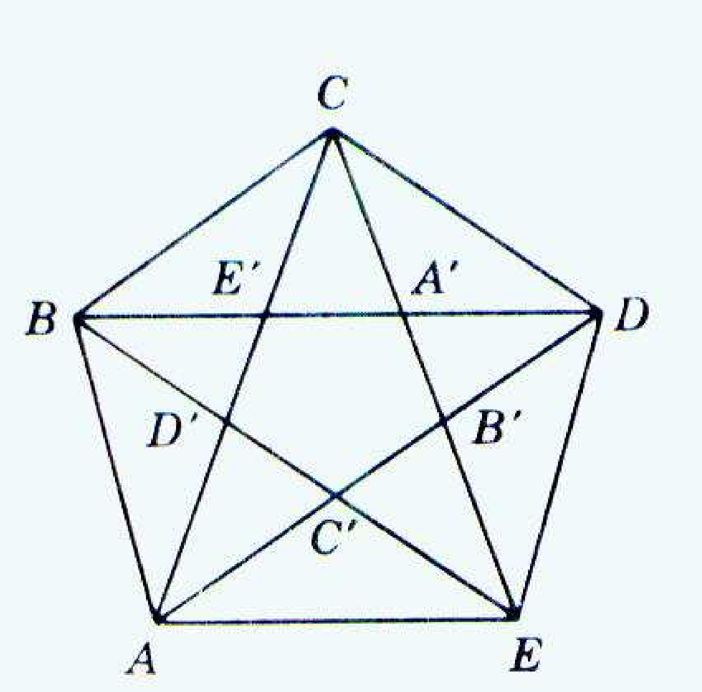
A DIVINA PROPORÇÃO

“ Disse também Deus : Produza a terra animais viventes segundo a sua espécie.” (Gênesis)

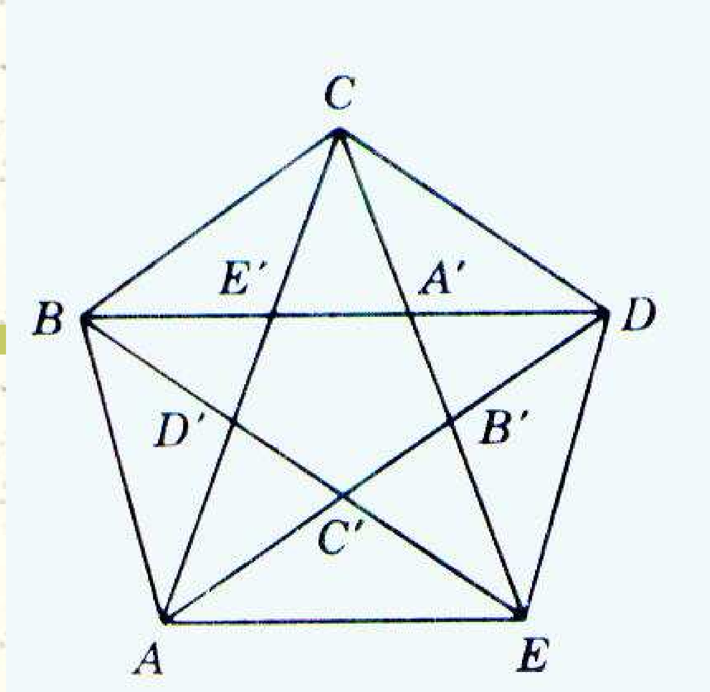


AS IDÉIAS DE MEDIDA , ORDEM E SERENIDADE SÃO ATRIBUTOS DO BELO.

Os pitagóricos(séc.VI a.C.) , que eram místicos e contemplavam a beleza da natureza com olhos matemáticos,afirmavam que“tudo é número”.



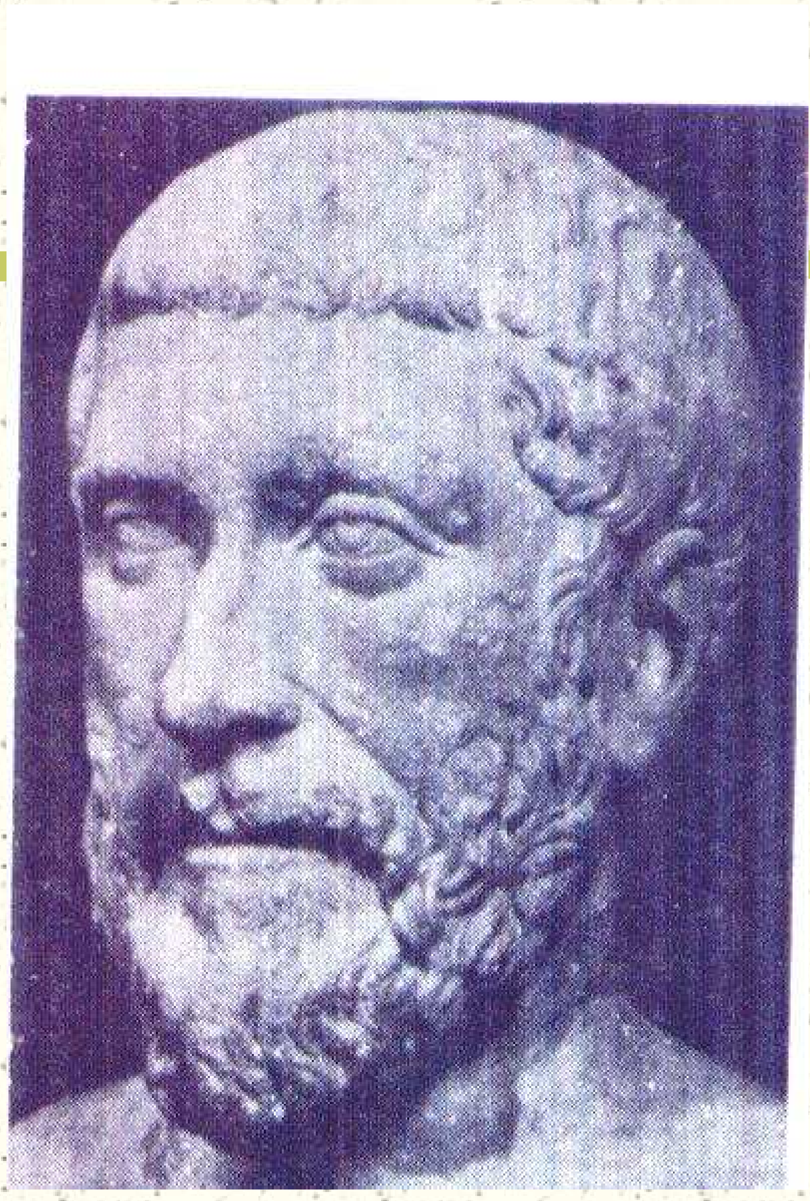
O Pentagrama,símbolo da sociedade secreta dos pitagóricos,tem uma propriedade considerada critério de proporcionalidade e beleza : A DIVISÃO ÁUREA , ou seja , ...

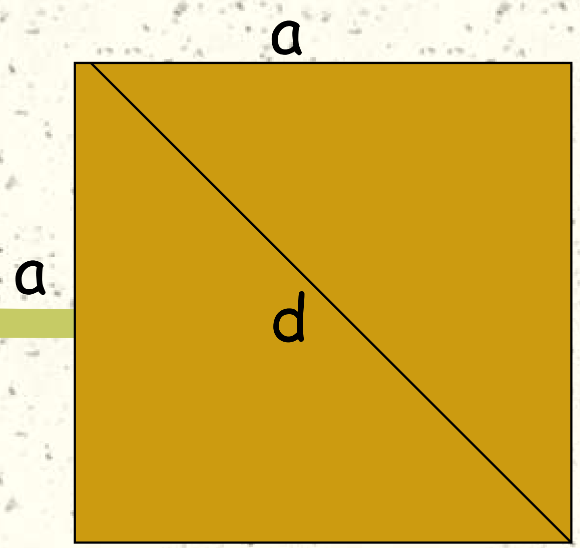


... cada diagonal é dividida em duas partes,tais que a menor cabe na maior o mesmo número de vezes que a maior cabe na diagonal inteira .Então, por exemplo, BA` : A`D = BD : BA`

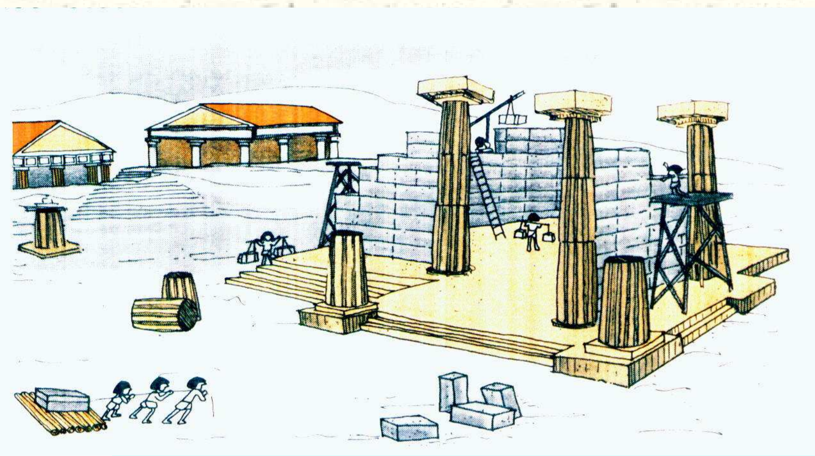

MAS QUE NÚMERO É ESSE ?

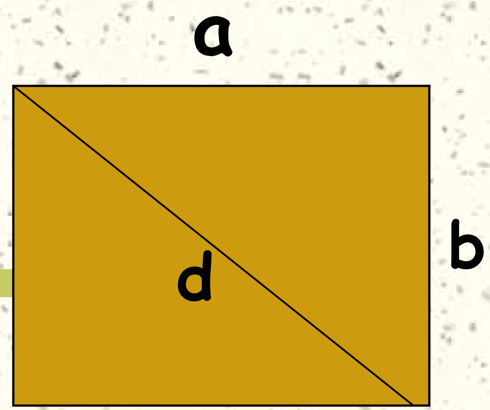
Antes de identificar esse número, vamos conhecer a sua aparente natureza anti-estética.





Os pitagóricos sabiam que :
Se a =1 $\Rightarrow$d=$\sqrt{2}$, um número nada exato !





Do mesmo modo , no retângulo de lados a e b e diagonal d :

-Se $a = \sqrt{2}$ e $b = 1 \Rightarrow d = \sqrt{3}$ e

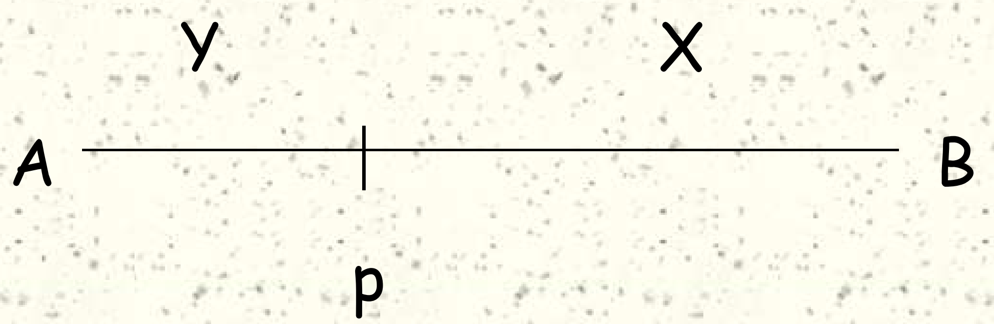
-Se $a = \sqrt{3}$ e $b = \sqrt{2} \Rightarrow d = \sqrt{5}$;

ESSES NÚMEROS SÃO IRRACIONAIS !!!

ORA , $\sqrt{5}$ = 2,236067977499 ...
Se pensarmos nesse número como proporção de beleza , estaremos em conflito com nosso senso estético ; por hora,vamos esquecê-lo.

Muitos povos se interessaram pelo cálculo desse número. Parece que Pitágoras absorveu esse conhecimento em suas viagens pelo Egito, Babilônia e Índia .

Considere o segmento de extremidades A e B , o ponto P , que divide AB em partes que medem x e y , sendo x > y .



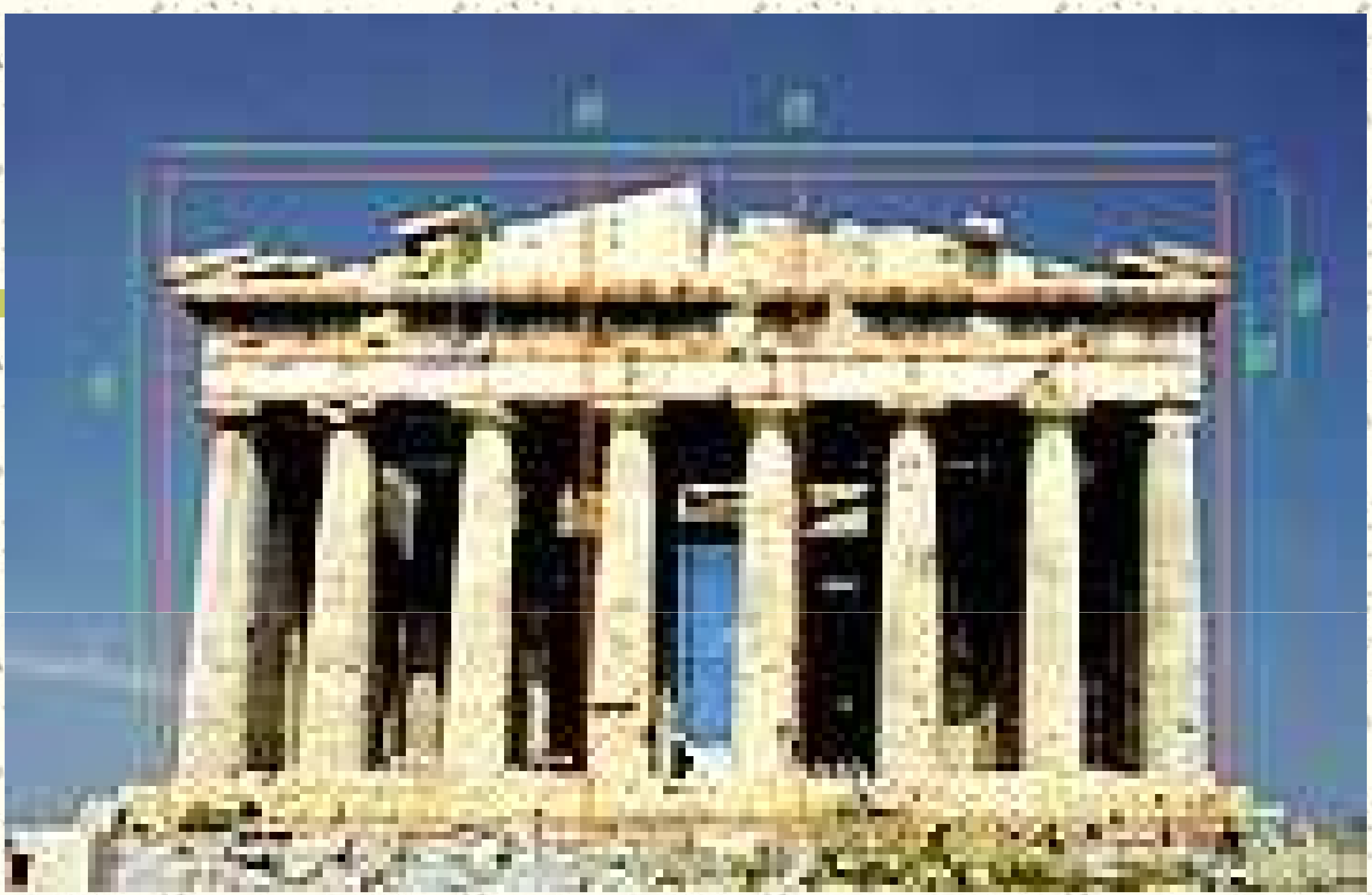
Se y cabe em x o mesmo número de vezes que x cabe em x + y , tem-se $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x}$ que é

$$x^2 - yx - y^2 = 0 \text{, onde } \Delta = 5y^2,$$

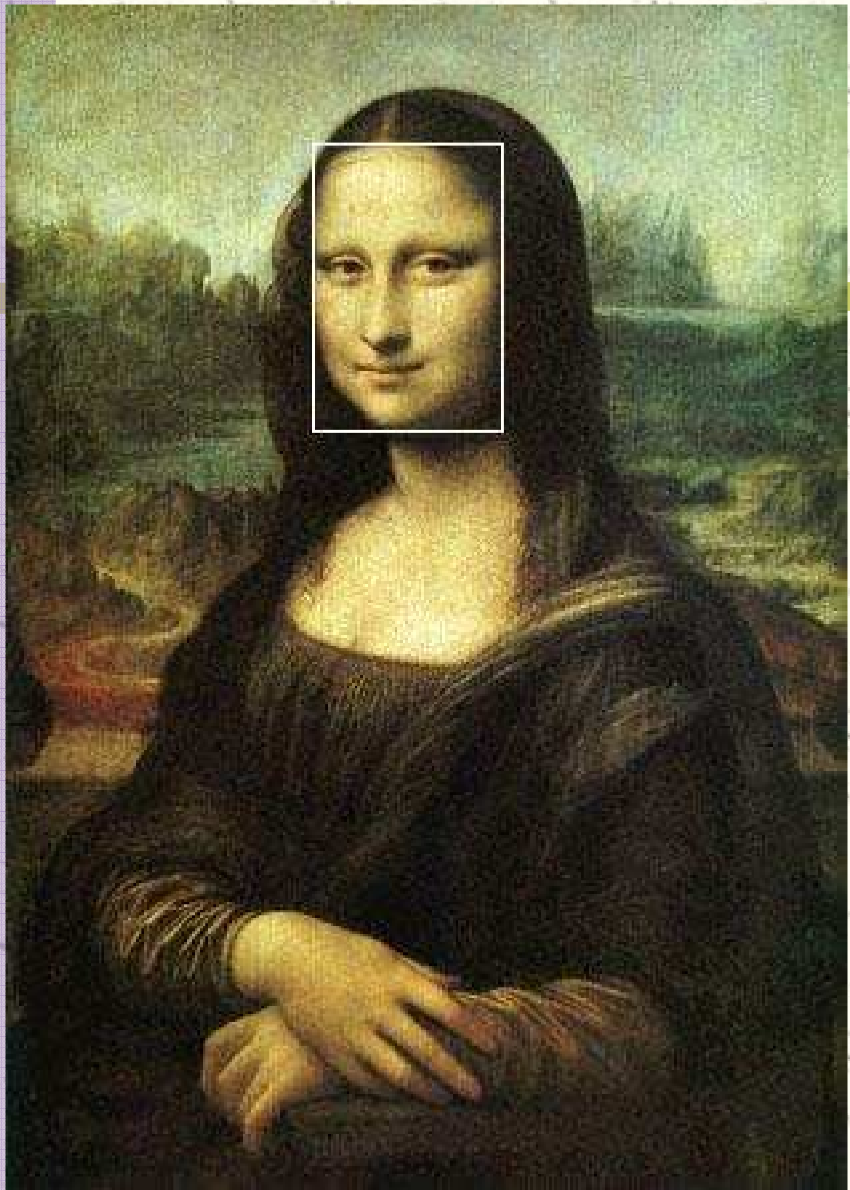
$$x = \frac{y(1+\sqrt{5})}{2} \text{ e } \frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$$

Essas partes x e y são lados do famoso **retângulo áureo**, adotado como proporção canônica na arquitetura , nas artes , na música e na natureza .

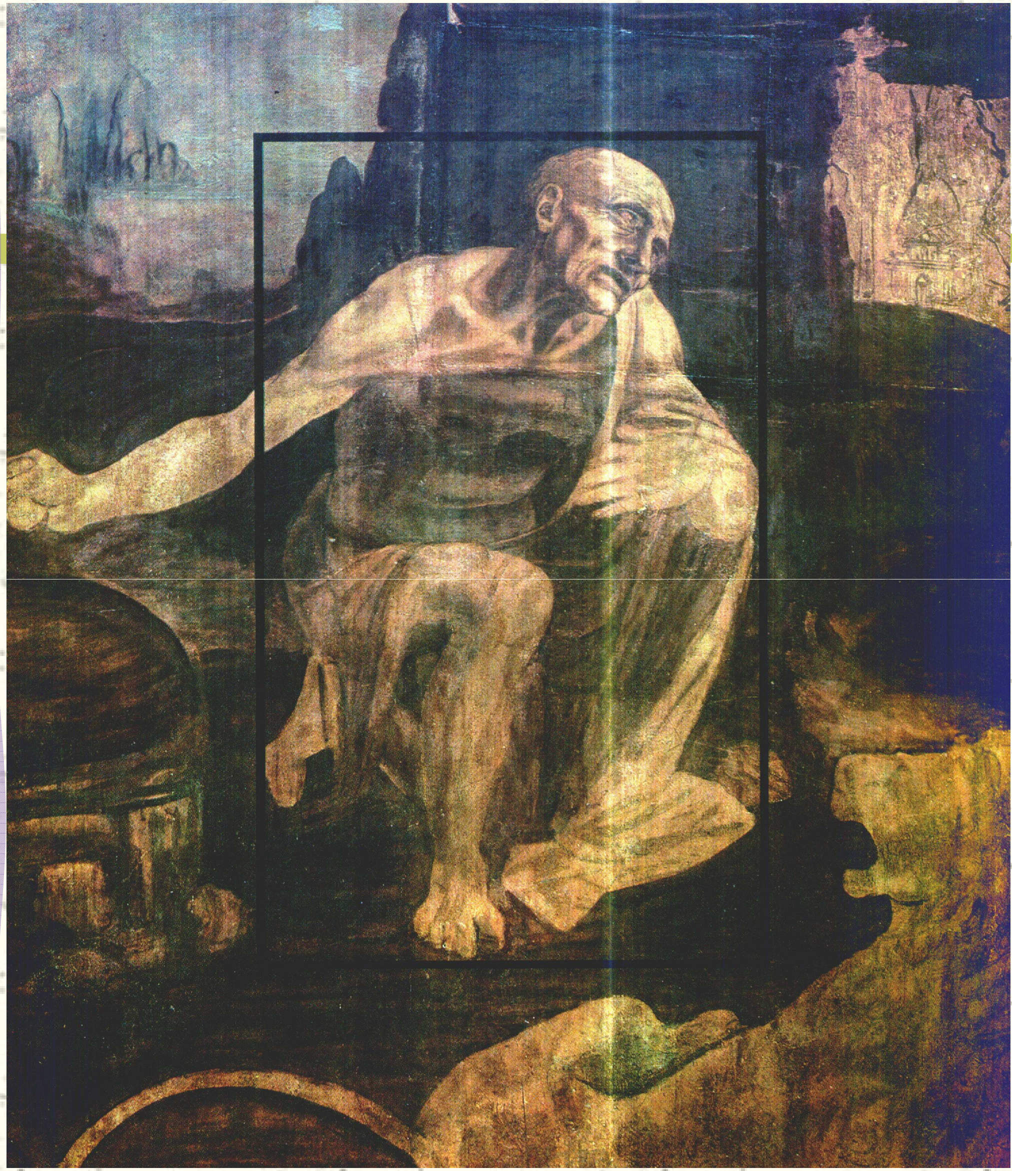
Templo egípcio na antiguidade



PARTHENON , na Acrópole de Atenas

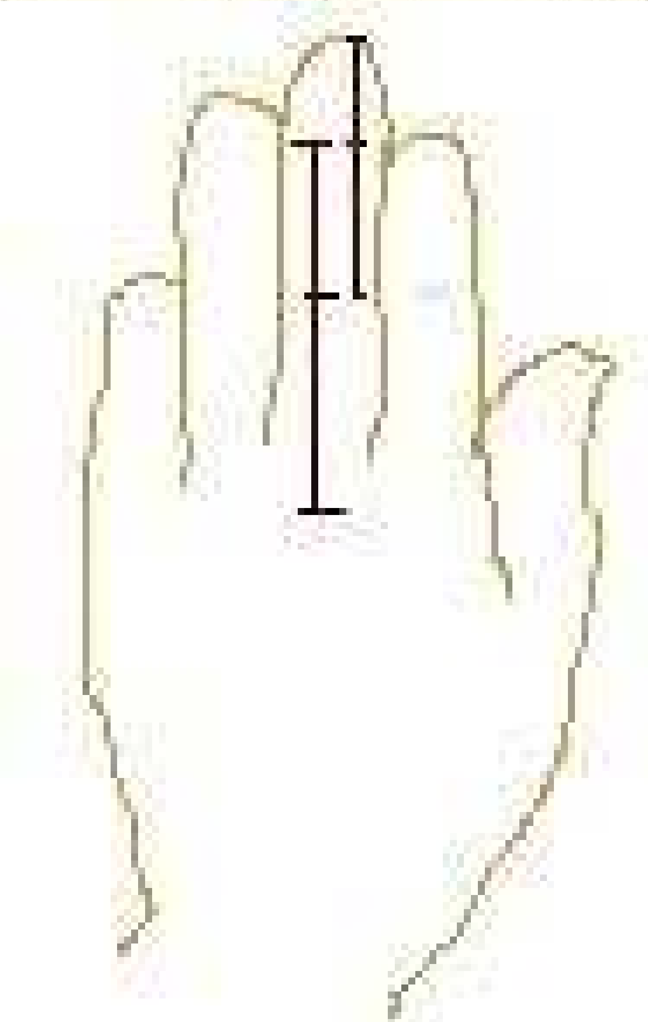


Na ***Monalisa*** de
Da vinci e até em
uma obra inacaba-
da desse mestre ...



...São ***Gerô-***

nimo .

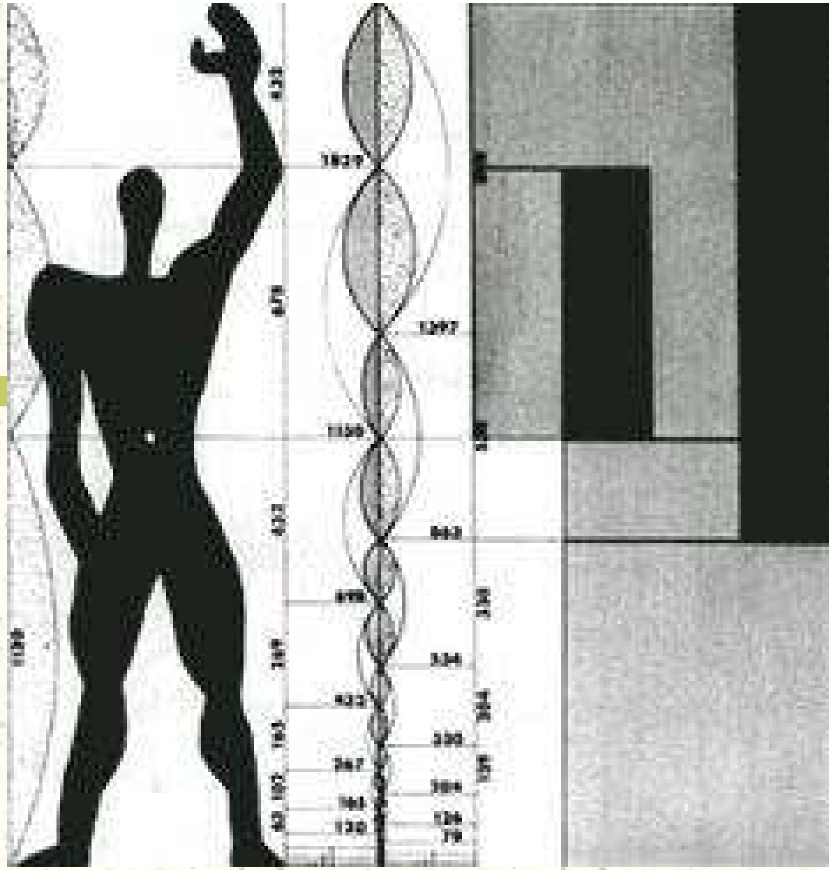


Na mão humana , os ossos assinalados estão na razão 1,618.

No esqueleto humano , por exemplo,

-(da ponta do ombro ao pulso):(pulso ao co-ovelo) ≈ 1,618 ;

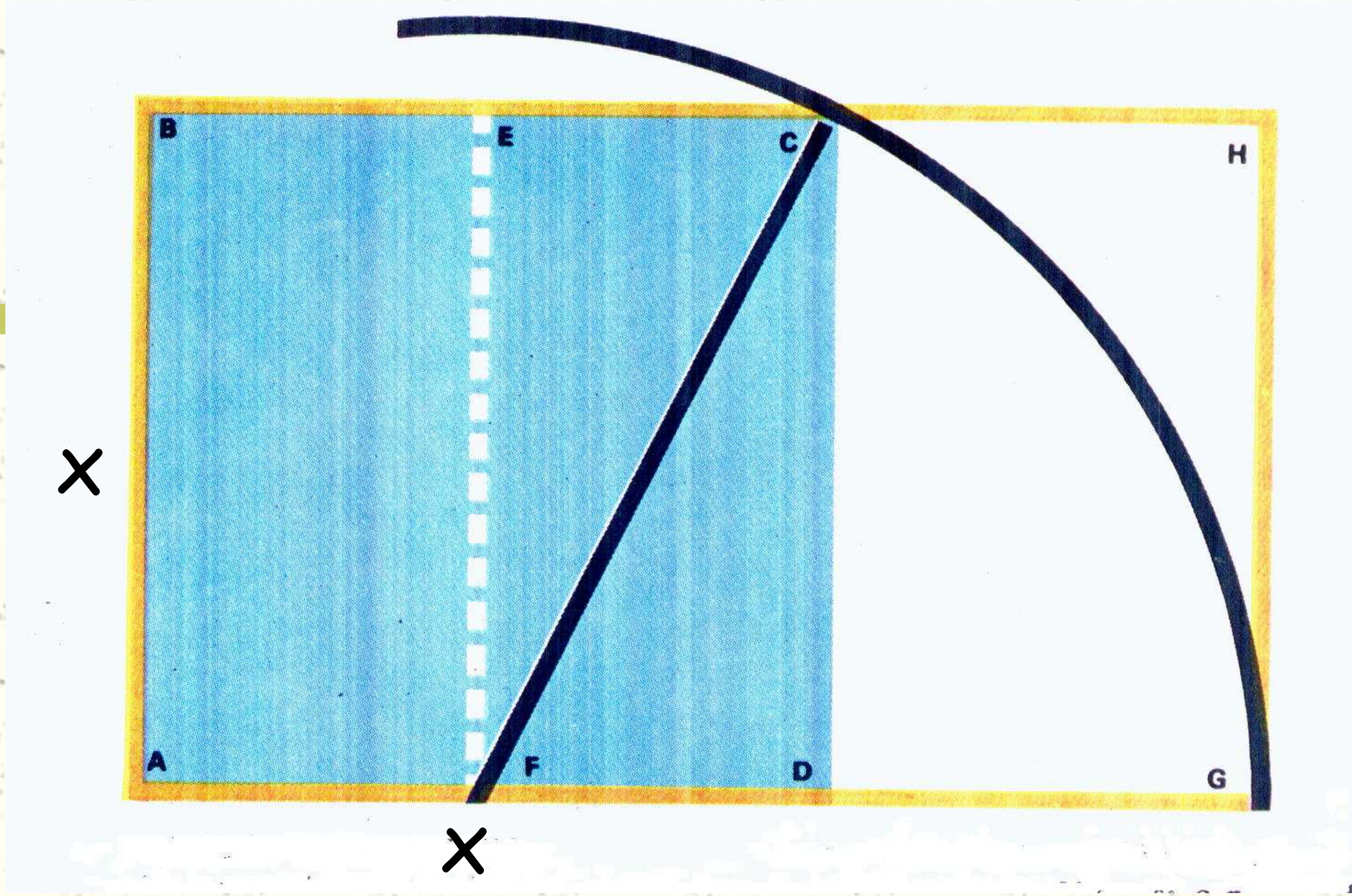
-(da ponta do ombro ao calcanhar):(extremida-de superior do fêmur ao calcanhar) ≈ 1,618 .



O MODULOR , padrão de proporções estéticas inventado pelo arquiteto de nome ***Le Corbusier*** , com base no Número de ouro.

Os famosos violinos Stradivarius tomavam o Número de ouro como proporção.

O PENTAGRAMA dos pitagóricos está no alface.



No retângulo áureo acima , o menor lado mede x e o maior,determinado pelo Teorema de Pitágoras, mede 1,618...x .

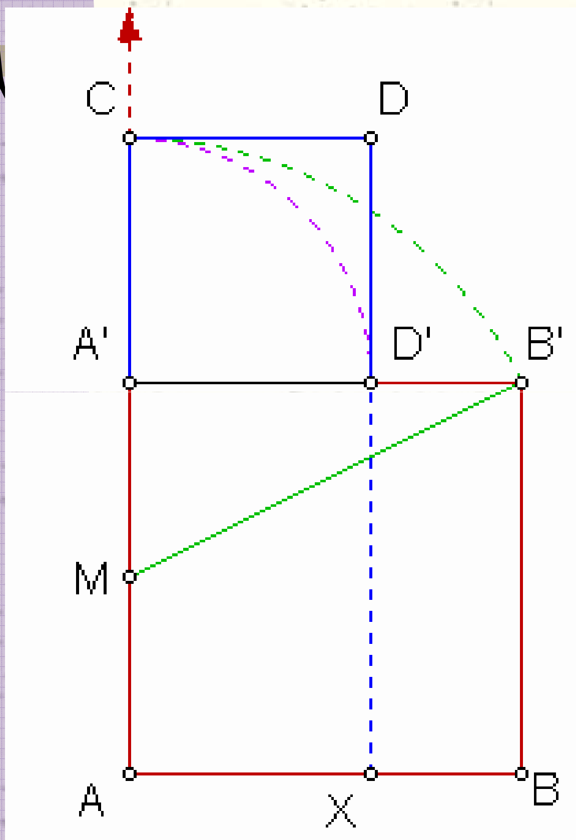
Mais de 1.500 anos depois,a idade média e a Renascença trou-xeram homens ilumi-nados como ...

Leonardo de Pisa ou Fibonacci (filho de Bonaccio),que viveu de 1.175 a 1.250 e...

... Publicou em 1.202 seu ***Liber Abaci;***

Luca Pacioli (1.445 – 1.514) , um frade franciscano que , em 1.494 , publicou a ***Summa de Arithmetica***,obra na qual discorre sobre proporções áureas .

A secção áurea ou divisão de um segmento em média e extrema razão



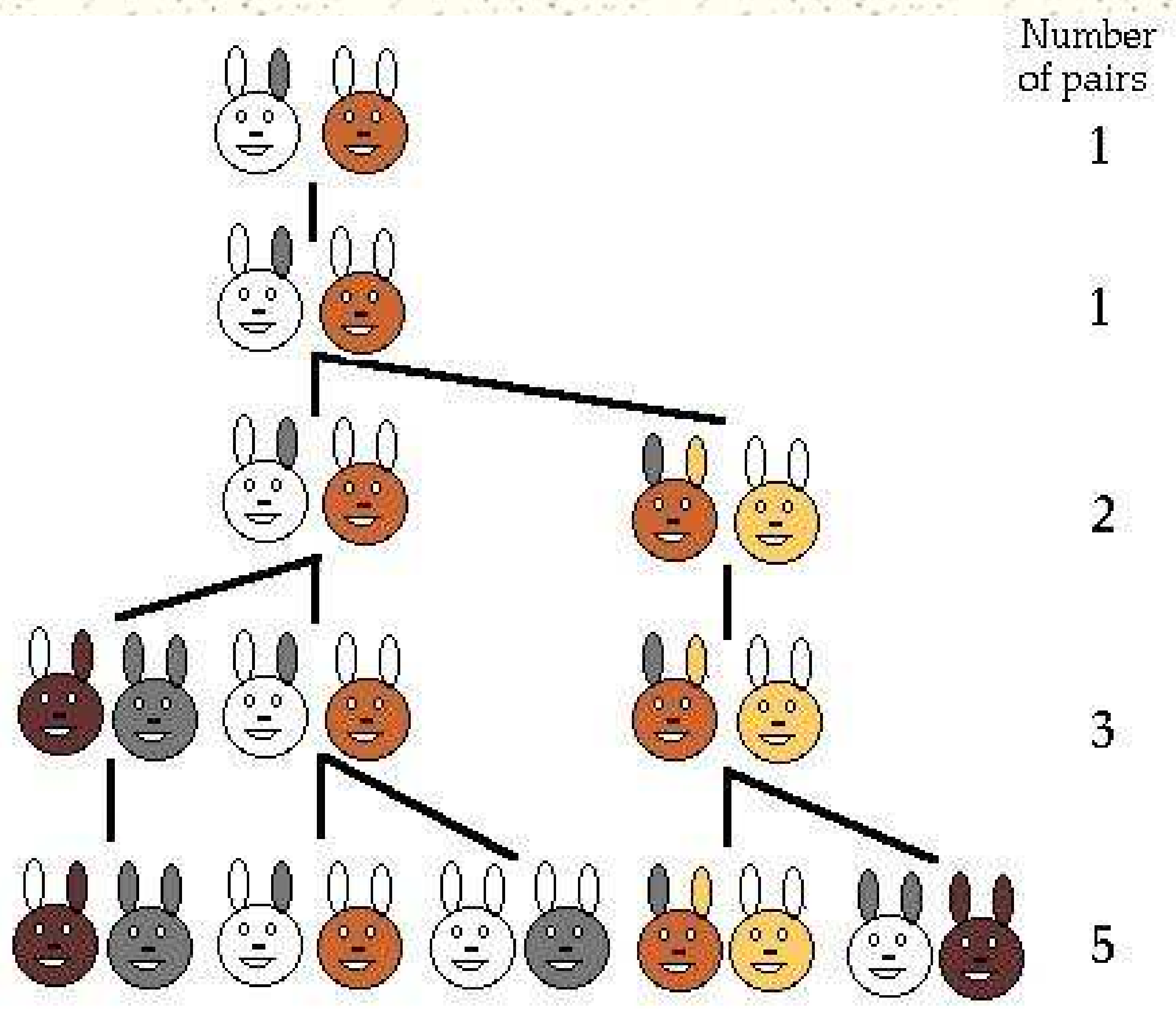
Seja determinar o ponto X ,que divide o segmento AB em média e extrema razão

-Constrói-se o quadrado ABB`A`;

-Determinar M , ponto médio do lado AA`;

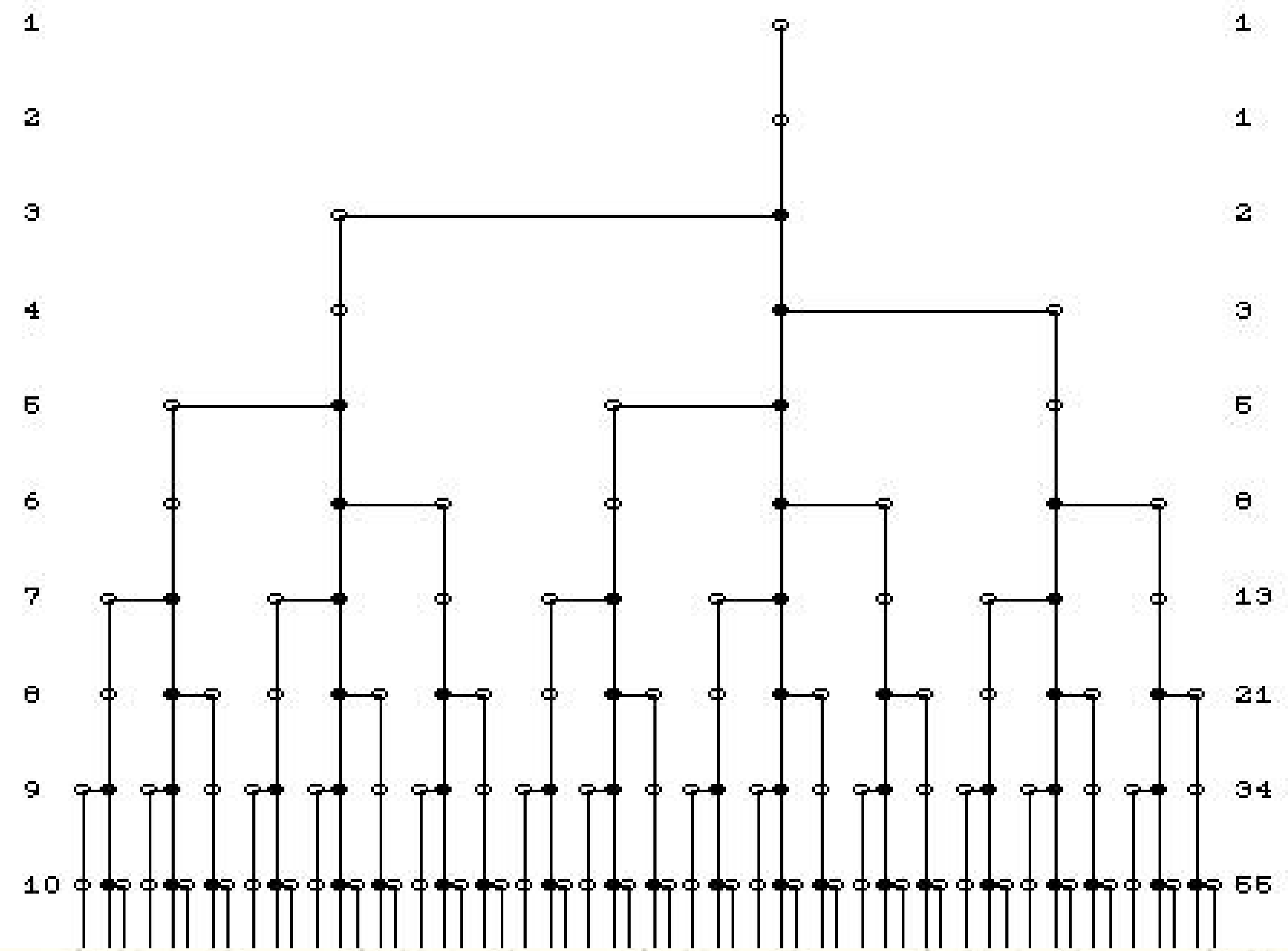
-Com raio MB , determinar C,sobre o prolongamento de AA`;

-Com raio A`C , determinar D`, que divide A`B` em média e extrema razão . AX = A`D`



Problema dos coelhos , proposto no Liber Abaci por Fibonacci e ...

... a árvore desenvolvida da geração.



Leonardo de Pisa (1175-1250)

Fibonacci ficou famoso com a série gerada no problema dos coelhos :

1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 ,...

Propriedades interessantes !

(1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , ...)

→A partir do terceiro termo , cada termo é a soma dos dois termos anteriores ;

→ A razão entre cada termo e o anterior tende a um número conhecido, verifique na tabela a seguir ...

(1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 , 144 , 233 ,377 , 610 ,

1 : 1 = 1	34 : 21 = 1,619
2 : 1 = 2	55 : 34 = 1,617
3 : 2 = 1,5	89 : 55 = 1,618
5 : 3 = 1,67	144 : 89 = 1,618
8 : 5 = 1,6	233 : 144 =1,618
13 : 8 =1,62	377 : 233 =1,618
21 : 13 = 1,61	610 : 377 = 1,618

Leonardo de Pisa (1175-1250)

O princípio de Fibonacci pode gerar novas séries a partir de dois números em ordem crescente.

Preste atenção !

Alguns exemplos de séries de Fibonacci :

a) (5 , 6 , 11 , 17 , 28 , 45 , ...)

b) (2 , 4 , 6 , 10 , 16 , 26 , ...)

c) (1 , 3 , 4 , 7 , 11 , 18 , ...)

Observe o princípio matemático.

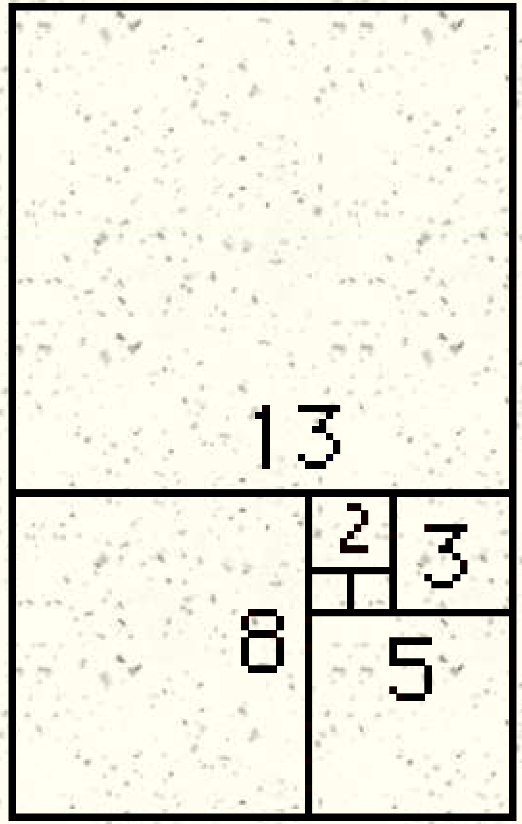
Outra coisa interessante!

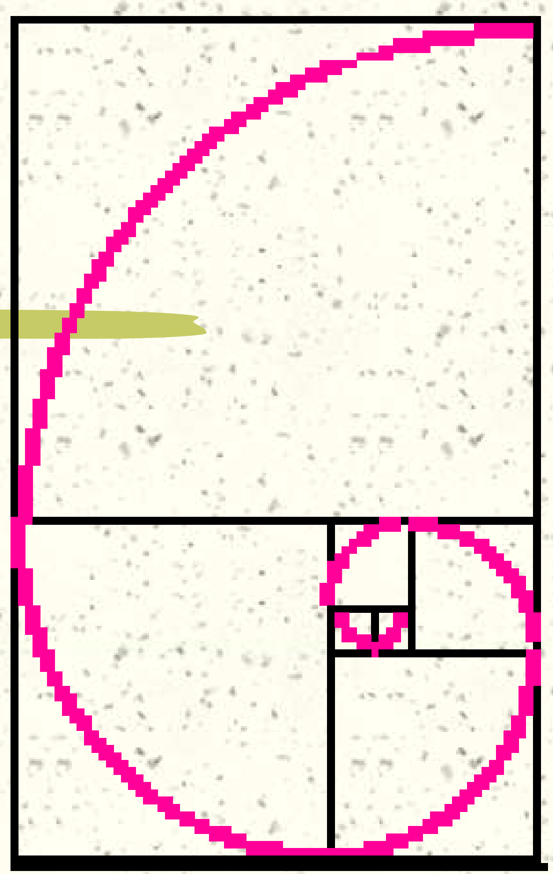
Se uma série de Fibonacci começa com x e y , teremos :

$(x , y , x + y , x + 2y , 2x + 3y , 3x + 5y , 5x + 8y, 8x + 13 y, 13x + 21y, 21x +34y)$

até o décimo termo. A soma desses 10 termos será $55x + 88y$ ou $11(5x + 8y)$. Lembre-se que $(5x + 8y)$ é o sétimo termo.

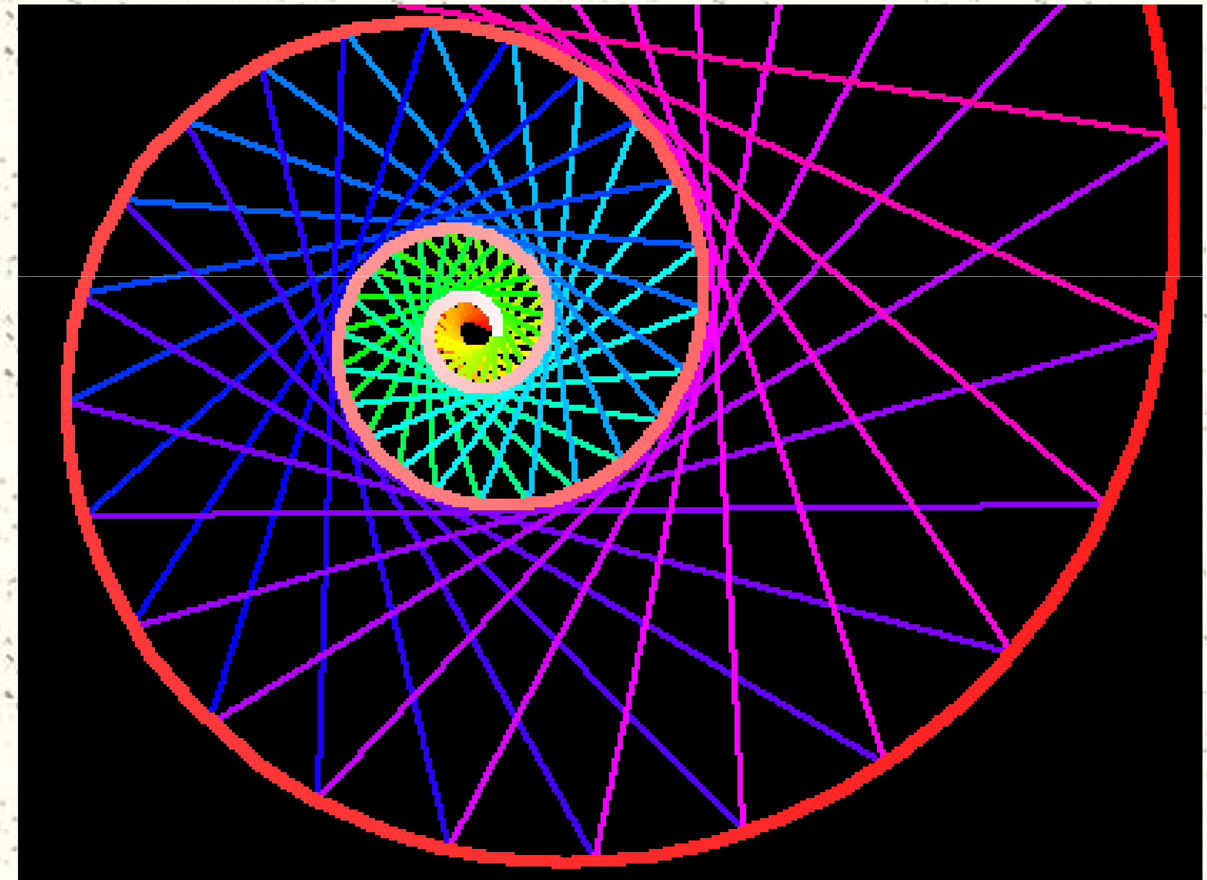
As medidas dos lados dos quadrados....

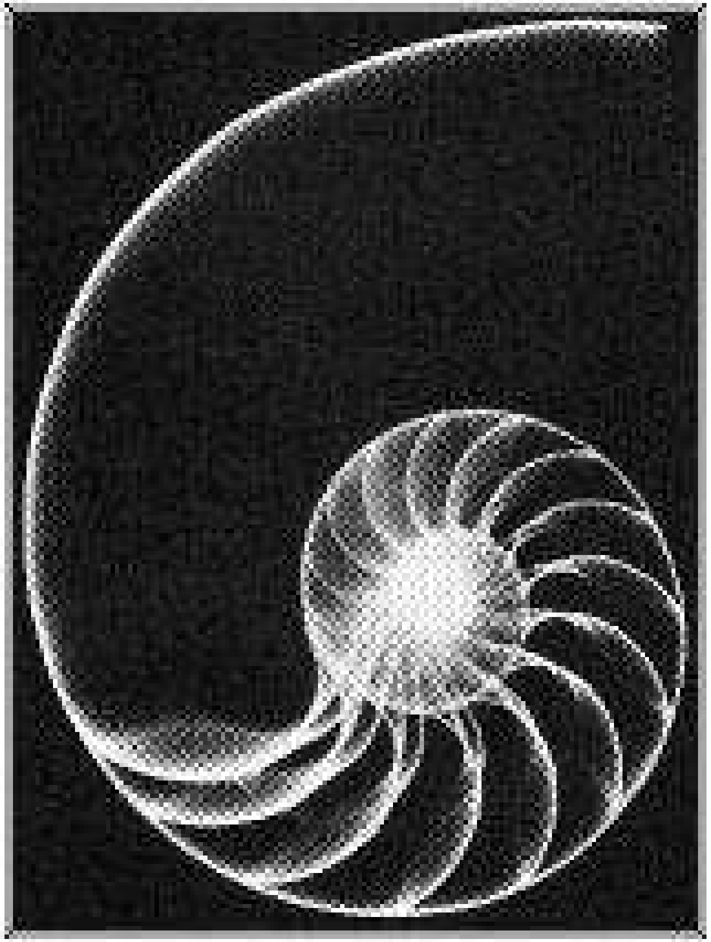




...determinam o perfil da espiral

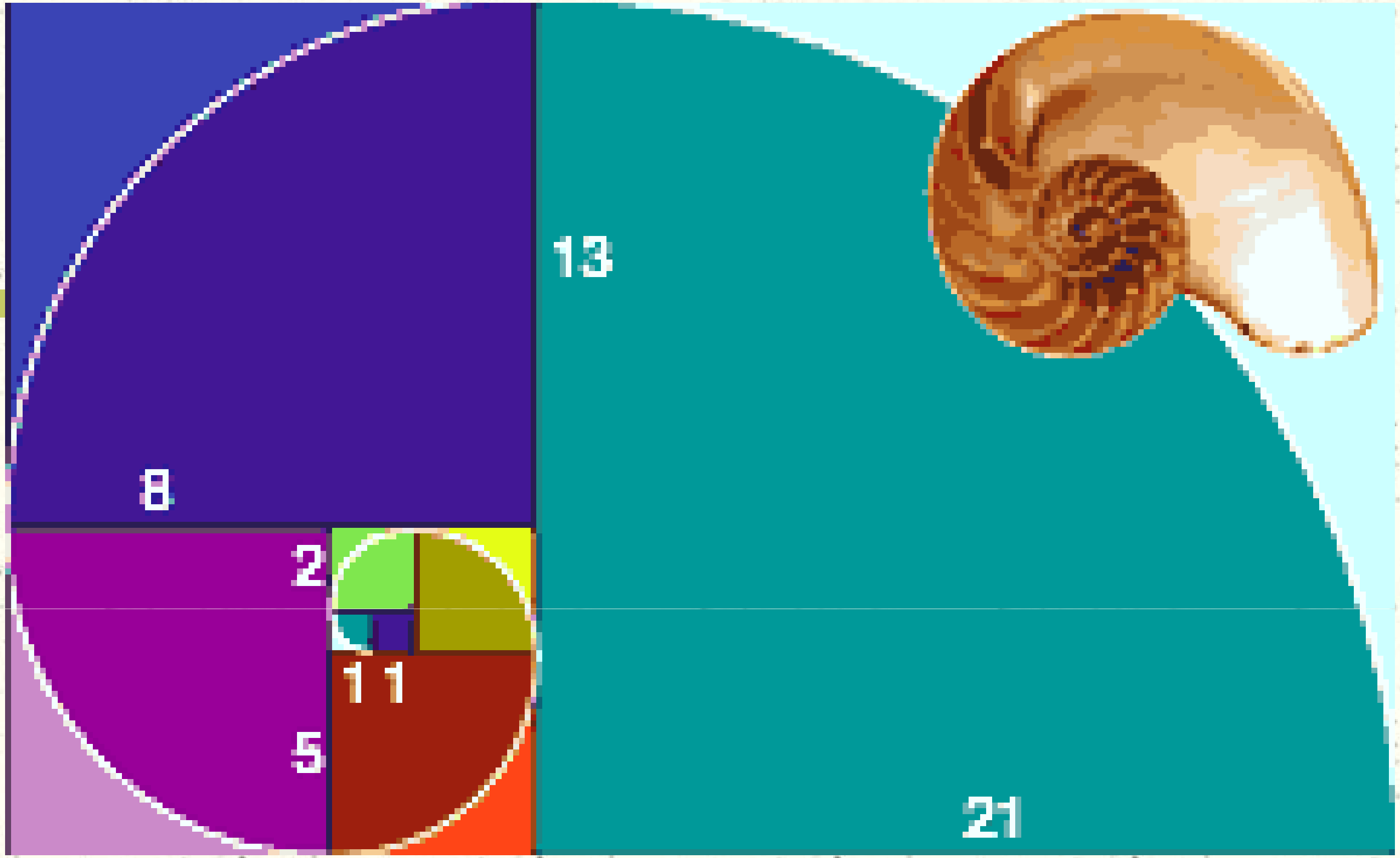
A mesma espiral de rara beleza ,bem comum na natureza...



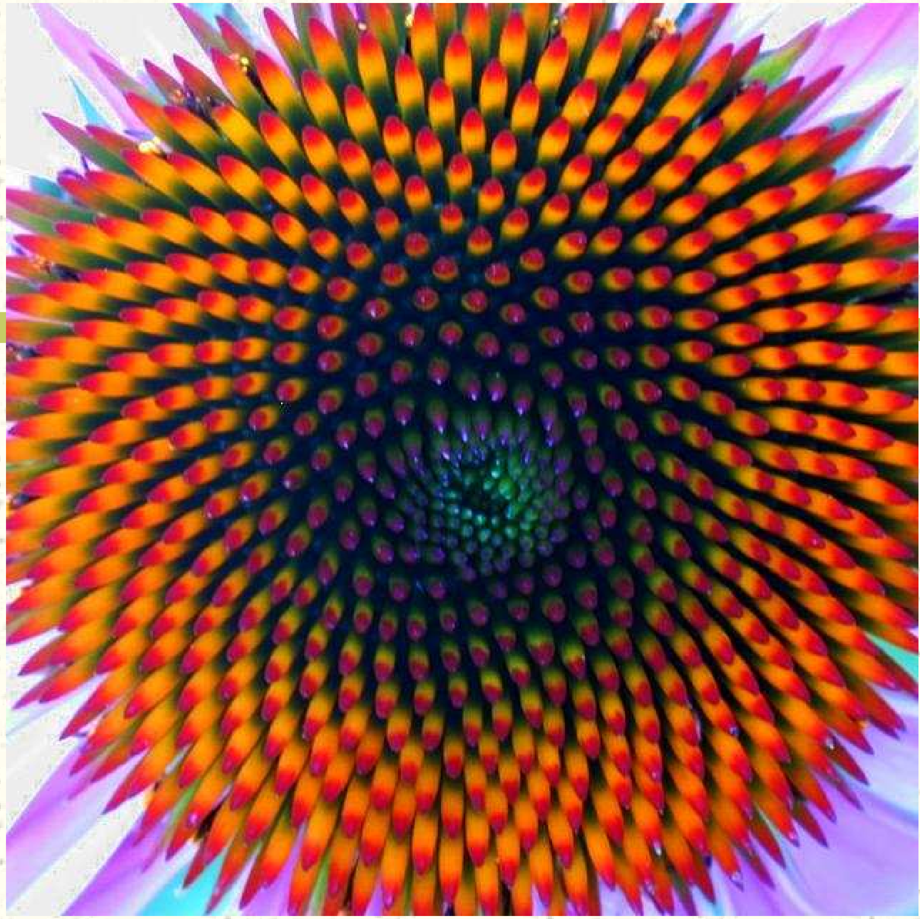


...em conchas...

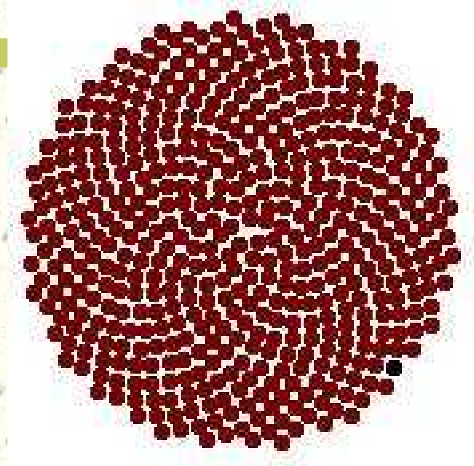
...e conchas ...



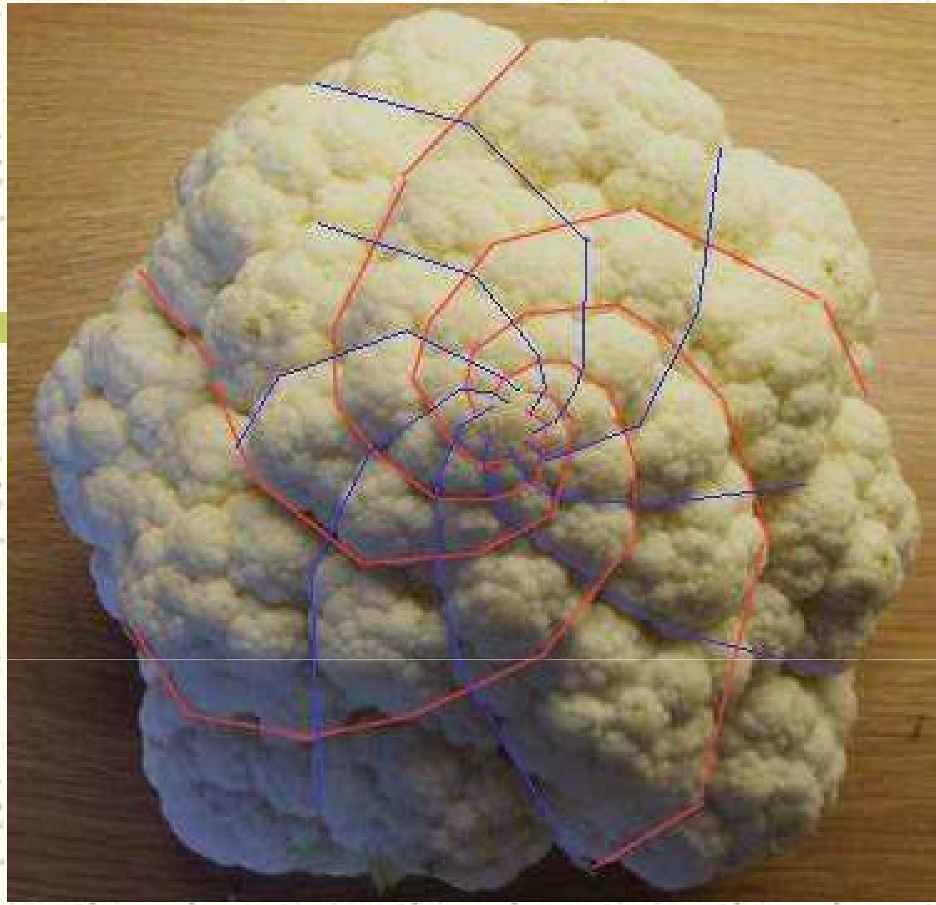
... de diferentes espécies .



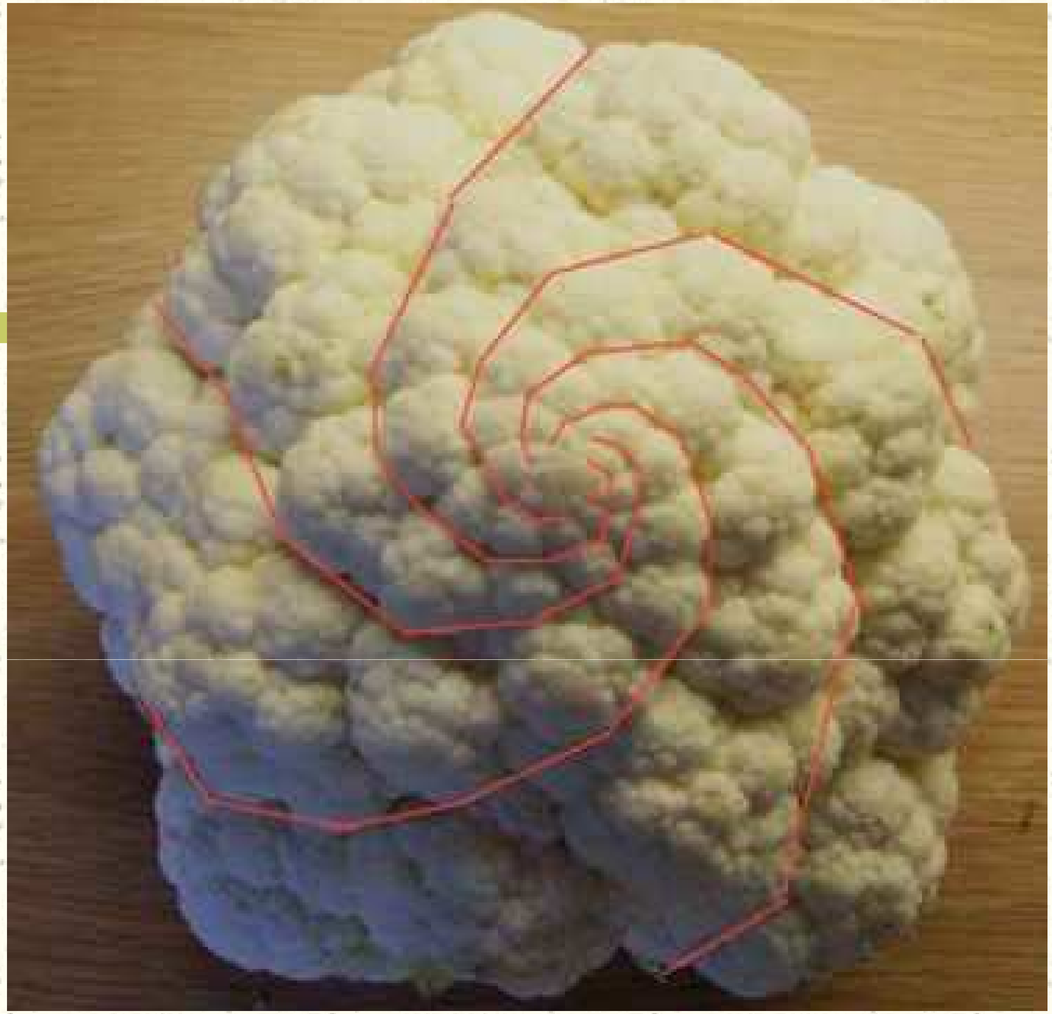
Em algumas espécies de flores,as es-pirais são múltiplas em números da seqüência de Fibonacci ...



...inclusive no Girassol .

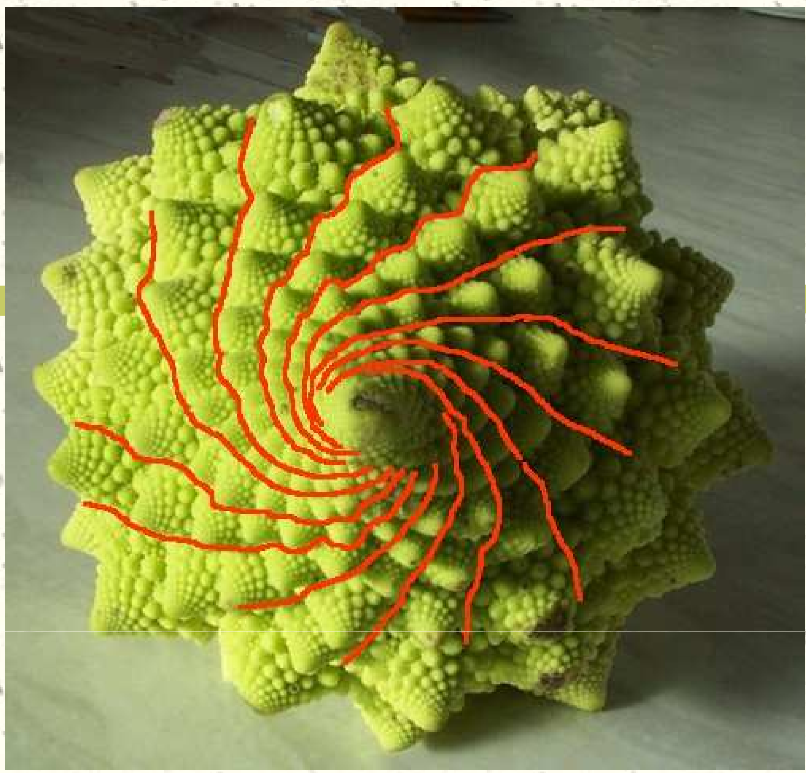


Na couve-flor, os números de espirais nos dois sentidos são seqüências na série de Fibonacci : 5 e 8 .

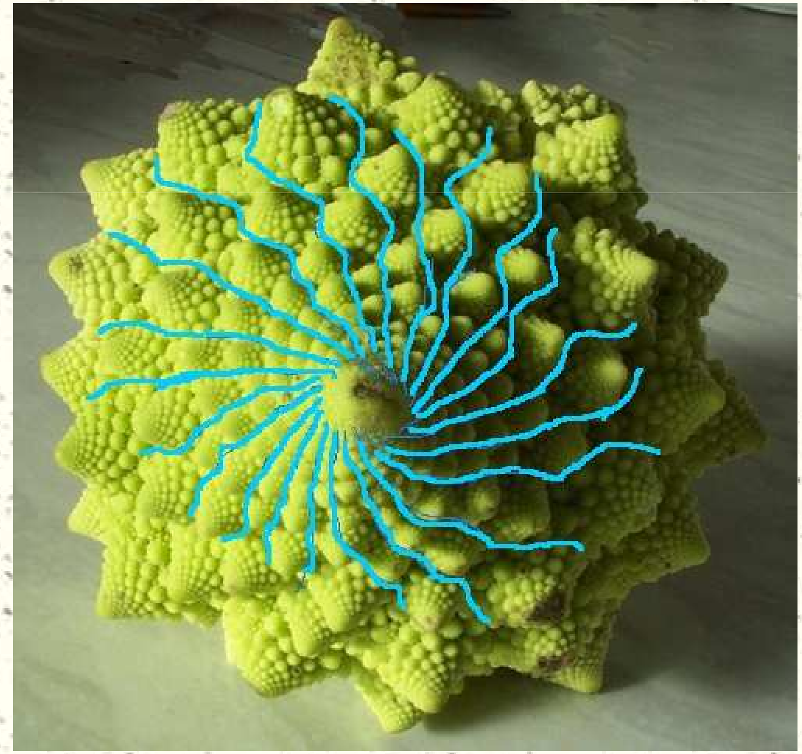


Em outras espécies de couve-flor , só há espirais em um sentido.

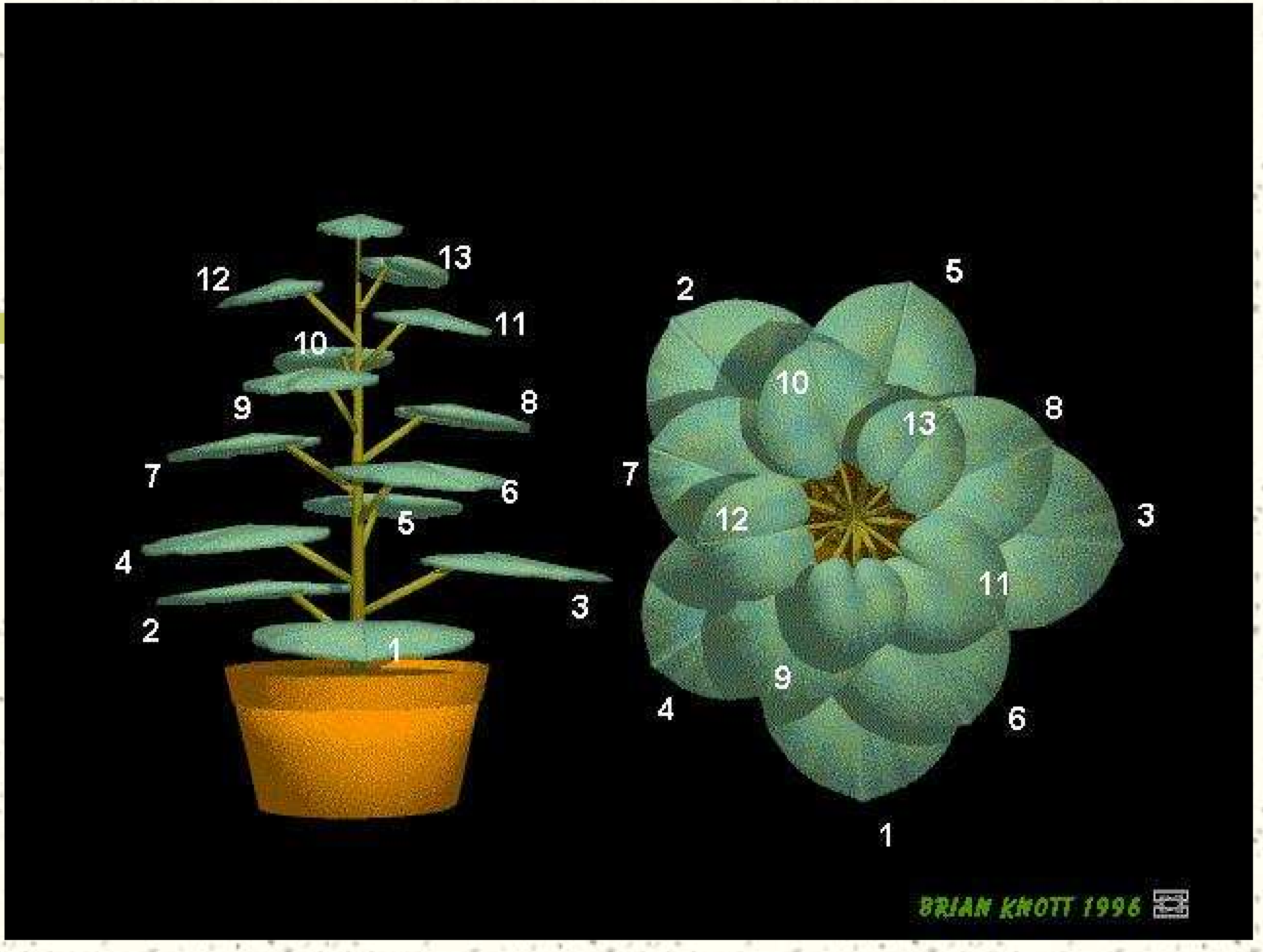
Brócolis com 13 espirais ...



... e Brócolis com 21 espirais .

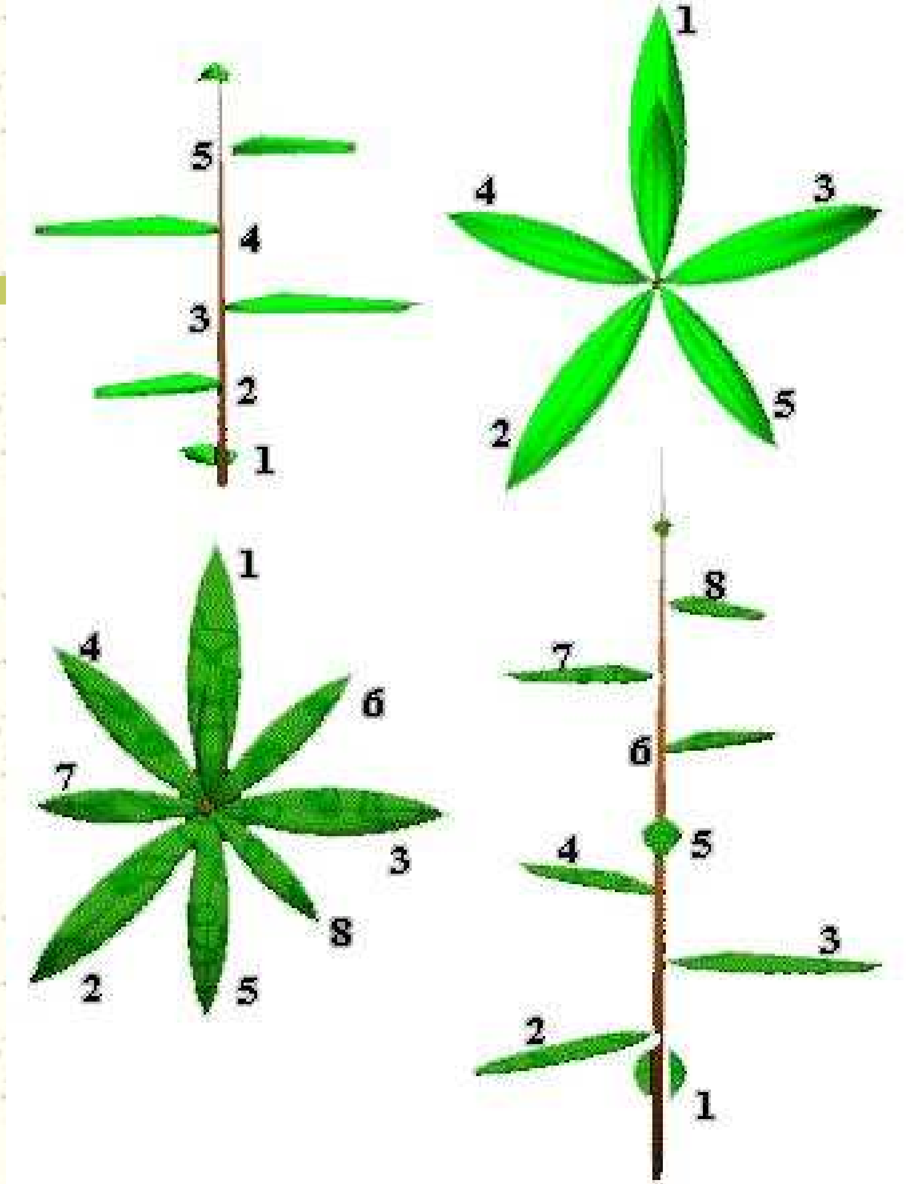


O número de pétalas das flores é, em geral, da seqüência de Fibonacci.



Observe o número de folhas desta planta (13) e como elas se dispõem (vista lateral e vista de cima).

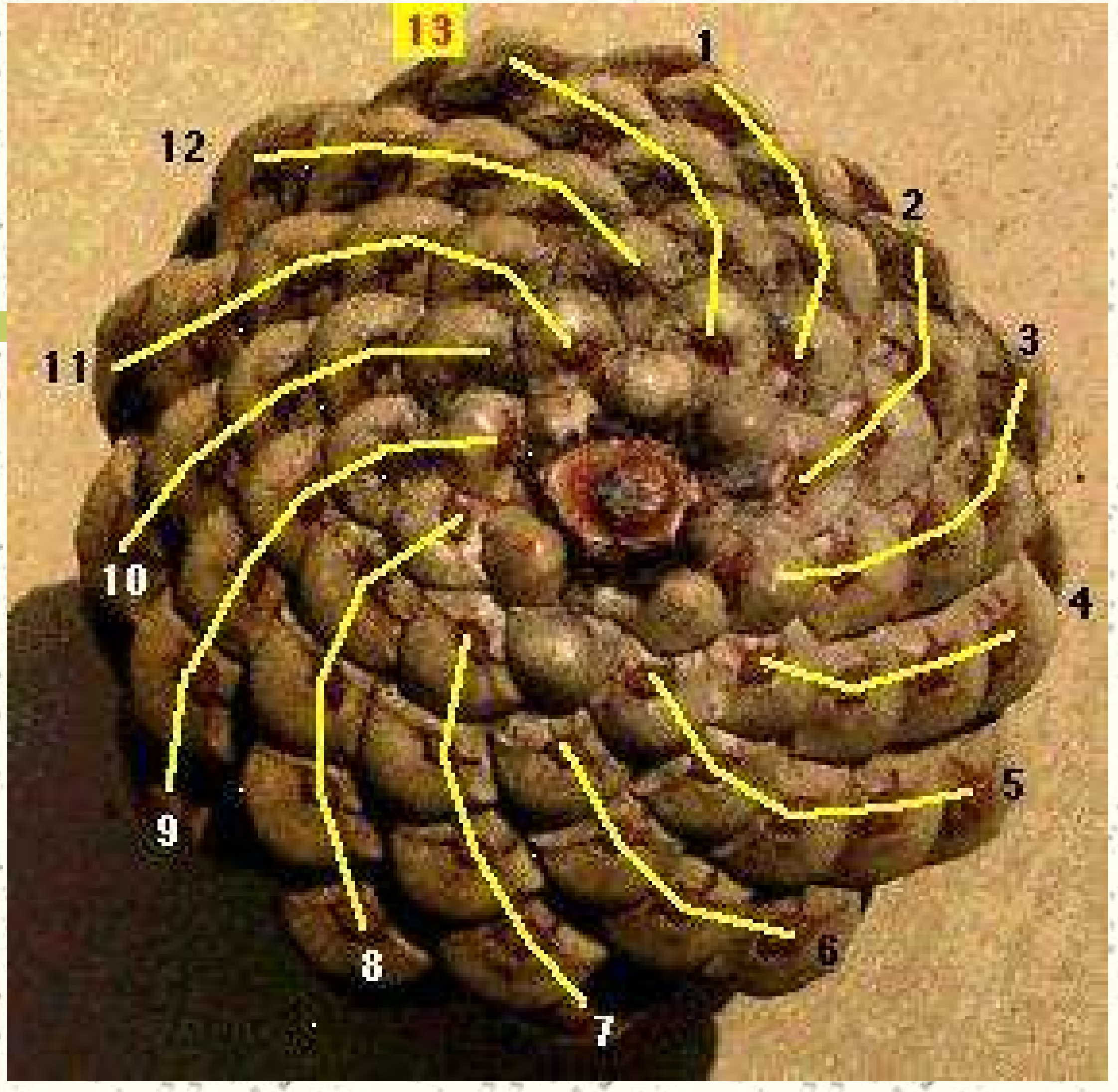
Plantas com 5 e com 8 folhas. (vista lateral e de cima)



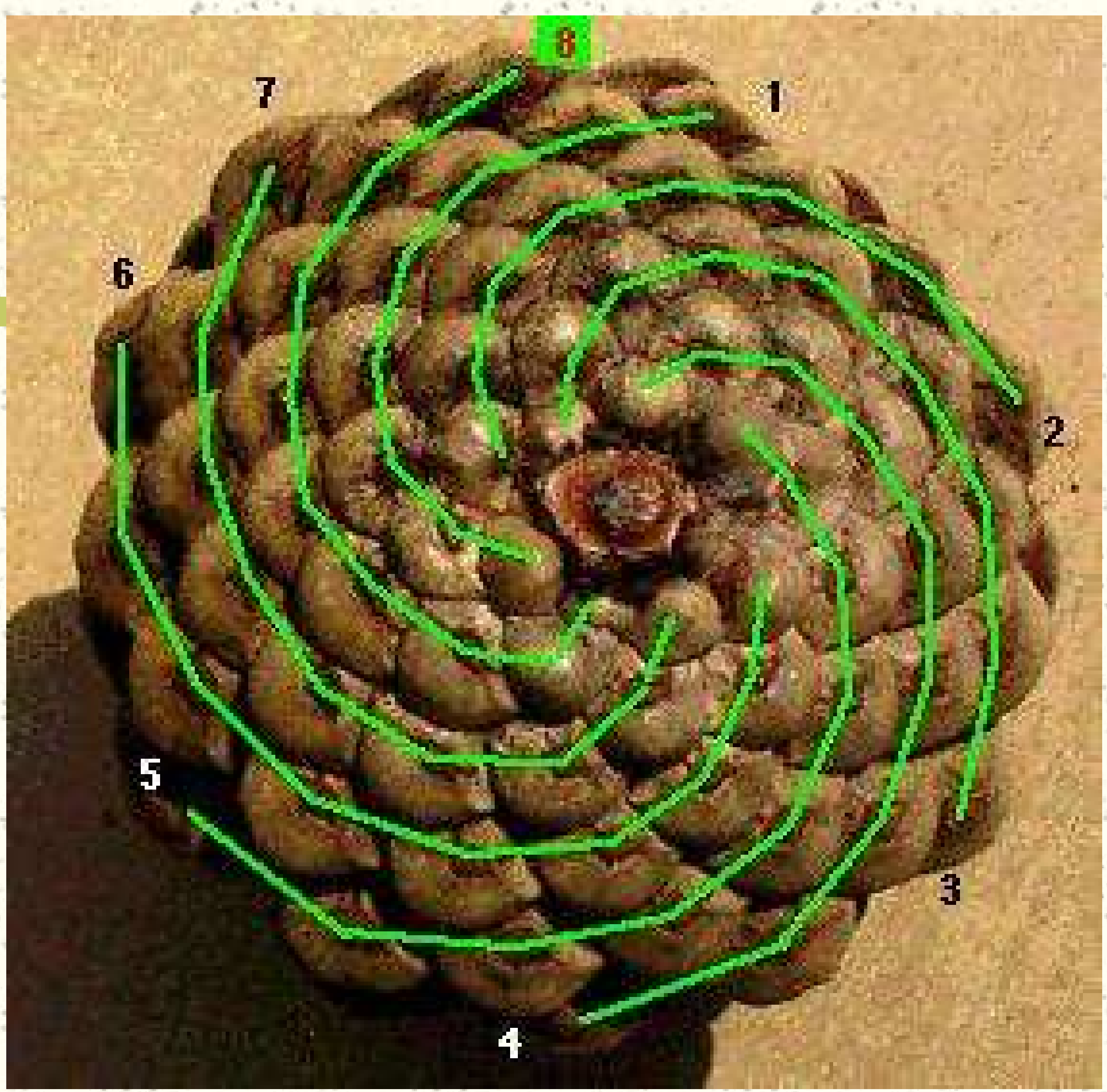
Passiflora vista de cima : 10 fo-lhas ...

Passiflora vista de baixo: 10 folhas em duas estrelas alter-nadas .

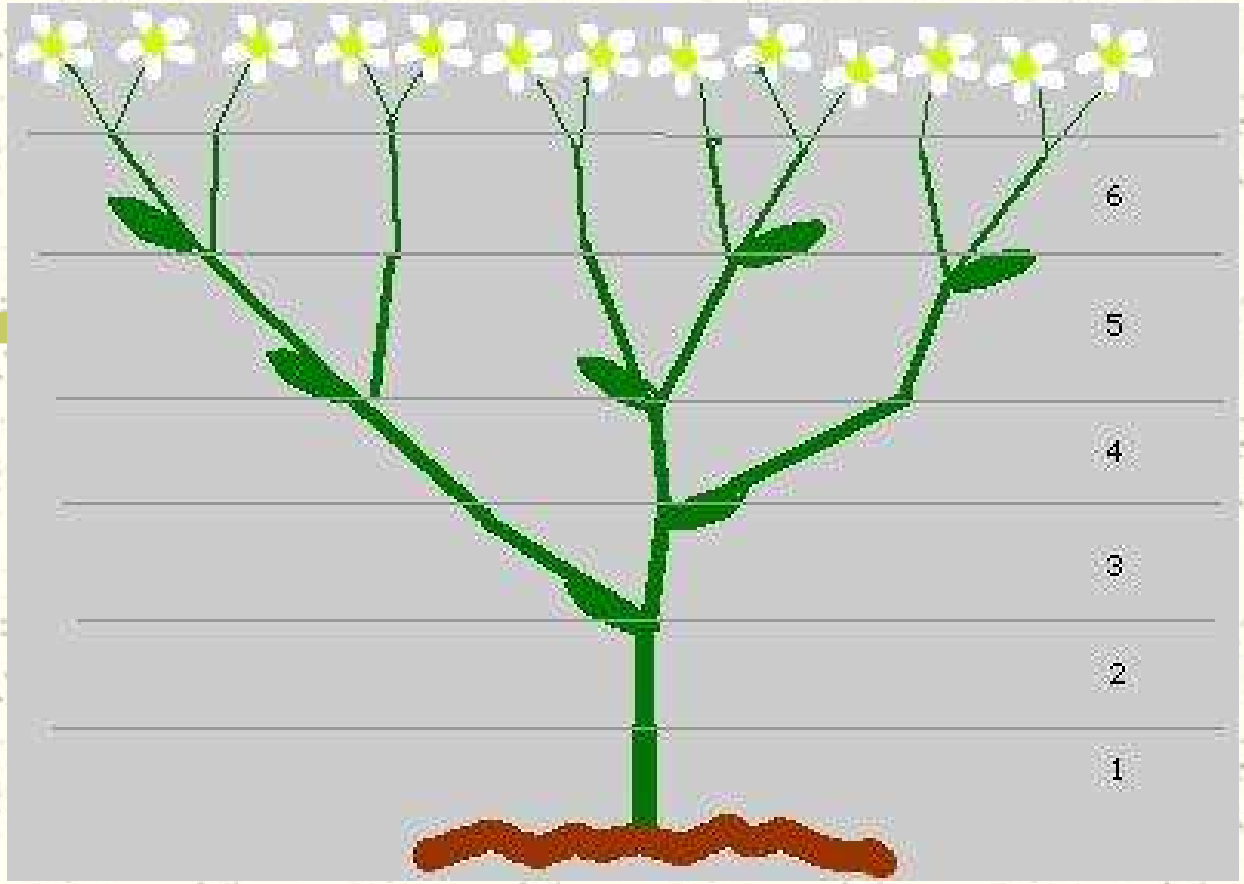
Lírio com duas séries de 3 pétalas alternadas .



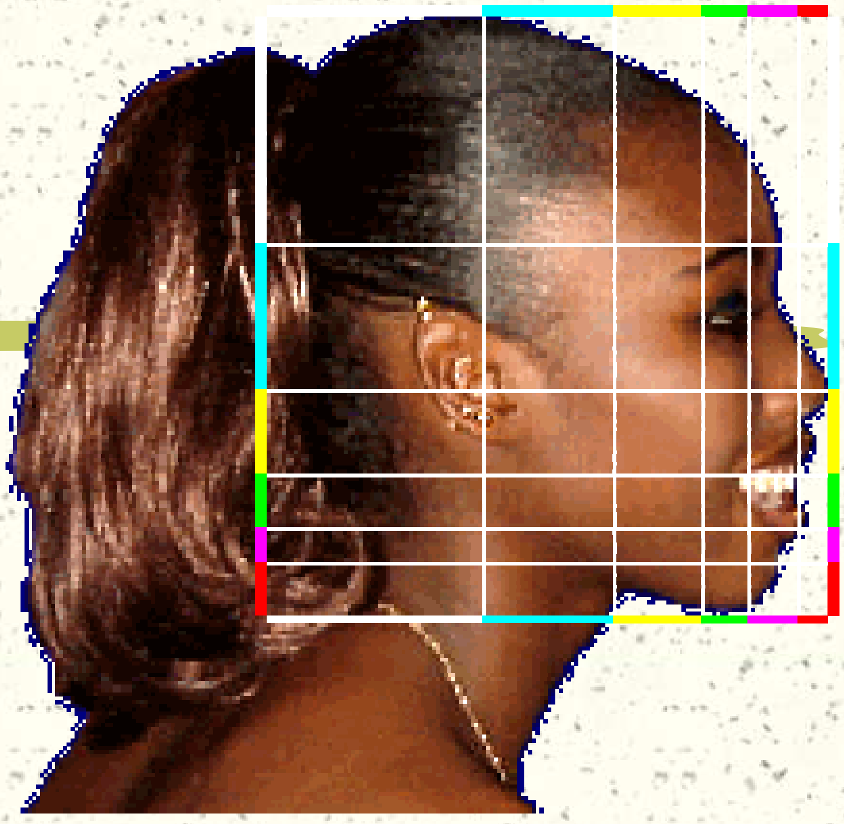
Pinha com 13 espiras e ...



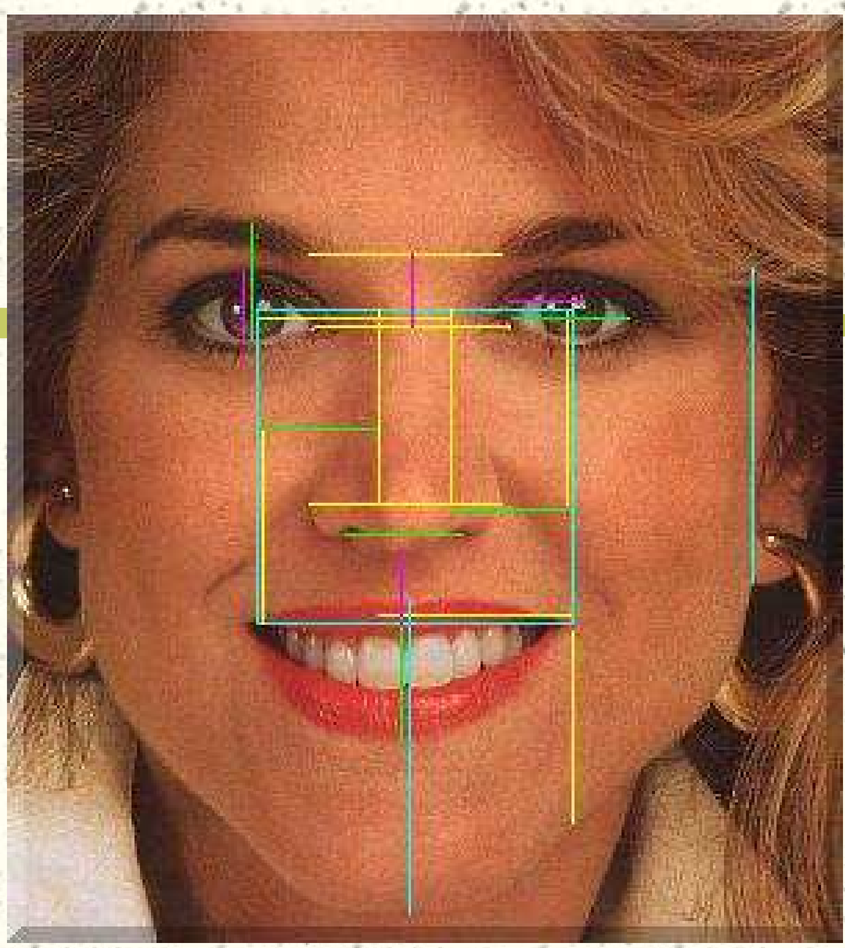
... Pinha com 8 espiras .



Observe , de nível em nível, o número de nós da planta reproduz a seqüência de Fibonacci : 1 , 1 , 2 ,3 , 5 , 8.



A face humana , em perfil , inscrita num quadrado cujas subdivisões ,tanto horizontais quanto verticais,têm medi-das dadas por números de Fibonacci ...



...e até mesmo o alinhamento frontal dos olhos, do nariz e da boca sugere números de Fibonacci.

Enfim,na arte,na música,na natureza,até mesmo no corpo humano,os números de Fibonacci dão o tom da harmonia e perfeição da criação.

Pesquisa e apresentação :
Prof. Rogério Rodrigues

Colaboração em execução :
Prof. José Luiz F. Foreaux
Prof. Rubens França Pyló